

Partie entière			Partie décimale					
...	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes	cent-millièmes	...
	3	7	1	6	8	4	9	
	3	7	1	6	8	6		

même partie entière

même chiffre

même chiffre

même chiffre

STOP 4 < 6

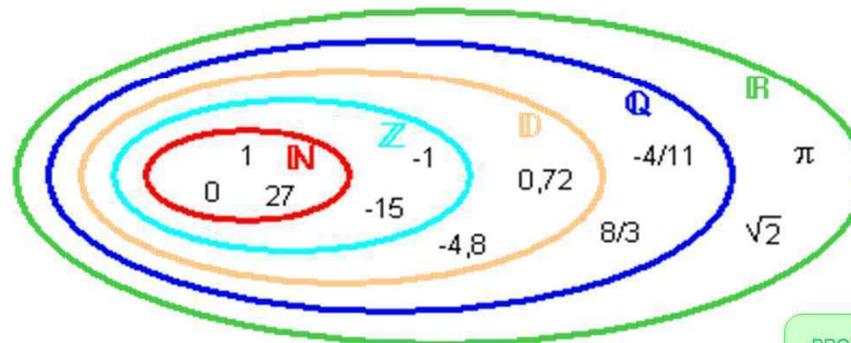
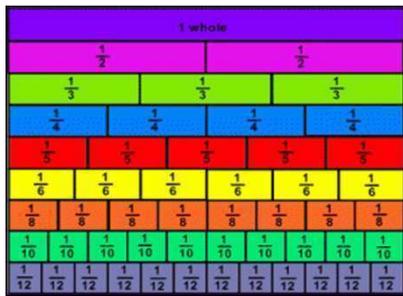
Inverse d'une puissance de 10

$$1 + 10^5 = 10^5$$

Écriture des grands nombres :

$$10^5 = 100000$$

c'est un 1 suivi de 5 zéros



PRODUIT DE PUISSANCES :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

QUOTIENT DE PUISSANCES :

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

PUISSANCE DE PUISSANCES :

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$(ab)^m = a^m \times b^m$  et  $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

# Numérique

# Nombres





## NOMBRES ENTIERS, DECIMAUX, COMPARAISON

**Nombres entiers naturels** : nombres que l'on peut trouver dans la nature (que l'on peut compter avec ses doigts).

Ex : Un troupeau de 200 moutons OU Un tas de 1347 cailloux

### Chiffres et Nombres :

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 sont les dix chiffres qui permettent d'écrire tous les nombres (de même que les lettres de A à Z permettent d'écrire tous les mots).

Ex : 1 054 est un nombre entier de 4 chiffres.  
7 est un nombre entier d'un seul chiffre.

Pour pouvoir lire un grand nombre entier facilement, on regroupe ses chiffres par tranches de 3 en partant de la droite, puis on peut s'aider d'un tableau.

Ex : 1049658723 s'écrit 1 049 658 723 et se lit un milliard quarante-neuf millions six cent cinquante-huit mille sept cent vingt-trois.

Classe des <b>milliards</b>			Classe des <b>millions</b>			Classe des <b>milliers</b>			Classe des <b>unités</b>		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	Centaines	Dizaines	Unités
		<b>1</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>9</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	<b>2</b>	<b>3</b>

### Décomposition

1 049 658 723 =

- $1 \times 1\,000\,000\,000$  1 est le chiffre des **unités de milliards**
- $+ 0 \times 100\,000\,000$  0 est le chiffre des **centaines de millions**
- $+ 4 \times 10\,000\,000$  4 est le chiffre des **dizaines de millions**
- $+ 9 \times 1\,000\,000$  9 est le chiffre des **unités de millions**
- $+ 6 \times 100\,000$  6 est le chiffre des **centaines de mille**
- $+ 5 \times 10\,000$  5 est le chiffre des **dizaines de mille**
- $+ 8 \times 1\,000$  8 est le chiffre des **unités de mille**
- $+ 7 \times 100$  7 est le chiffre des **centaines**
- $+ 2 \times 10$  2 est le chiffre des **dizaines**
- $+ 3 \times 1$  3 est le chiffre des **unités**

**Nombre décimal** : a un nombre fini de chiffres après la virgule.  
Il a une partie entière et une partie décimale.

Ex : 1345,789 est un nombre décimal.

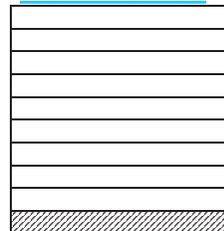


Partie entière	Partie décimale		
	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
1 3 4 5,	7	8	9

*Un nombre décimal est entier lorsque sa partie décimale est nulle.  
Un nombre entier est un nombre décimal.*

Ex :  $73 = 73,0 = 73,00$  est un nombre entier et décimal.

### Les dixièmes

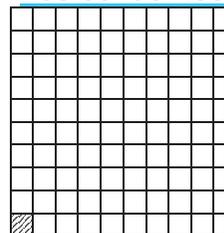


Quand on coupe une unité en 10 parties égales, on obtient des dixièmes.

Un dixième se note :  $\frac{1}{10}$ .

Dans l'unité, il y a 10 dixièmes donc :  $1 = \frac{10}{10}$ .

### Les centièmes

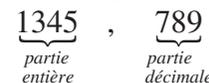


Quand on coupe une unité en 100 parties égales, on obtient des centièmes.

Un centième se note :  $\frac{1}{100}$ .

Dans l'unité, il y a 100 centièmes donc :  $1 = \frac{100}{100}$ .

### Décomposition en fractions décimales



7 est le chiffre des dixièmes (! 4 est le chiffre des dizaines),  
8 est le chiffre des centièmes, 9 est le chiffre des millièmes.

$$= (1 \times 1000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1) + (7 \times \frac{1}{10}) + (8 \times \frac{1}{100}) + (9 \times \frac{1}{1000})$$



## NOMBRES ENTIERS, DECIMAUX, COMPARAISON

### MULTIPLES ET SOUS-MULTIPLES DE 10

#### Multiplier et Diviser par 10 100 1000 ...

**Règle de calcul :**

• **Multiplier par 10, 100 ou 1000**  
revient à **déplacer la virgule vers la droite**  
d'autant de rang(s) que de zéro(s), en plaçant un ou des zéros si nécessaire.

**Règle de calcul :**

• **Diviser par 10, 100 ou 1000**  
revient à **déplacer la virgule vers la gauche**  
d'autant de rang(s) que de zéro(s), en plaçant un ou des zéros si nécessaire.

**Exemples**

$18,53 \times 10 = 185,3$	$27,49 : 10 = 2,749$
$18,53 \times 100 = 1\ 853$	$27,49 : 100 = 0,274\ 9$
$18,53 \times 1000 = 18\ 530$	$27,49 : 1000 = 0,027\ 49$

#### Multiplier et Diviser par 0,1 0,01 0,001 ...

**Règles de calcul :**

<b>Multiplier par...</b>	<b>0,1</b>	<b>c'est diviser par...</b>	<b>10</b>
<b>Multiplier par...</b>	<b>0,01</b>	<b>c'est diviser par...</b>	<b>100</b>
<b>Multiplier par...</b>	<b>0,001</b>	<b>c'est diviser par...</b>	<b>1 000</b>
<b>Multiplier par...</b>	<b>0,0001</b>	<b>c'est diviser par...</b>	<b>10 000</b>
		<b>...etc...</b>	
<b>Diviser par...</b>	<b>0,1</b>	<b>c'est multiplier par...</b>	<b>10</b>
<b>Diviser par...</b>	<b>0,01</b>	<b>c'est multiplier par...</b>	<b>100</b>
<b>Diviser par...</b>	<b>0,001</b>	<b>c'est multiplier par...</b>	<b>1 000</b>
<b>Diviser par...</b>	<b>0,0001</b>	<b>c'est multiplier par...</b>	<b>10 000</b>
		<b>...etc...</b>	

**Exemples**

$18,53 : 0,1 = 18,53 \times 10 = 185,3$	$27,49 \times 0,1 = 27,49 : 10 = 2,749$
$18,53 : 0,01 = 18,53 \times 100 = 1\ 853$	$27,49 \times 0,01 = 27,49 : 100 = 0,274\ 9$
$18,53 : 0,001 = 18,53 \times 1000 = 18\ 530$	$27,49 \times 0,001 = 27,49 : 1000 = 0,027\ 49$



Comment ordonner des nombres décimaux ?

### COMPARAISON ET ENCADREMENT

**Pour comparer :** On regarde les chiffres de même rang de gauche à droite.

Ex pour 12,57 et 12,563

12,57	12,563	
12,57	12,563	7 > 6 donc 12,57 > 12,563

**Pour encadrer :** On utilise un nombre plus petit et un nombre plus grand.

Ex 12,56 < 12,563 < 12,57 => encadrement au centième près  
 12 < 12,563 < 13 => encadrement à l'unité près  
 (c'est-à-dire entre deux entiers consécutifs)

**Ordre croissant :** du plus petit au plus grand.

**Ordre décroissant :** du plus grand au plus petit.

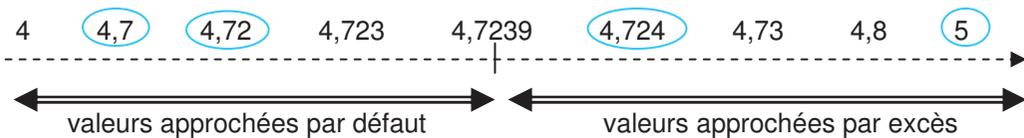
< se lit "plus petit que" ou "inférieur à".	> se lit "plus grand que" ou "supérieur à".
≤ se lit "inférieur ou égal à".	≥ se lit "supérieur ou égal à".

Ex 8,9 < 11      4,56 =  $\frac{456}{100}$       15,2 ≥ 15,19

### APPROXIMATIONS DECIMALES

#### Valeurs approchées

A l'unité (nombre entier), au dixième (un chiffre après la virgule), au centième (deux chiffres après la virgule) ...etc...



#### Troncature (= valeur approchée par défaut)

On 'coupe' le nombre pour donner une valeur approchée.

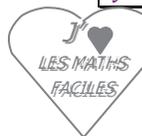
Ex au centième => on 'coupe' après le chiffre des centièmes. 4,72 39

#### Arrondi

=> valeur approchée la plus proche du nombre (par défaut ou par excès)

Ex Arrondi au dixième d'un nombre : on regarde le chiffre des centièmes  
 - si ce chiffre est 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 => on garde le chiffre des dixièmes (VA par défaut),  
 - si ce chiffre est 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 => on l'augmente de un dixième (VA par excès).

Ex Arrondi au centième de 4,7239 : 4,72  
 Arrondi au millième de 4,7239 : 4,724



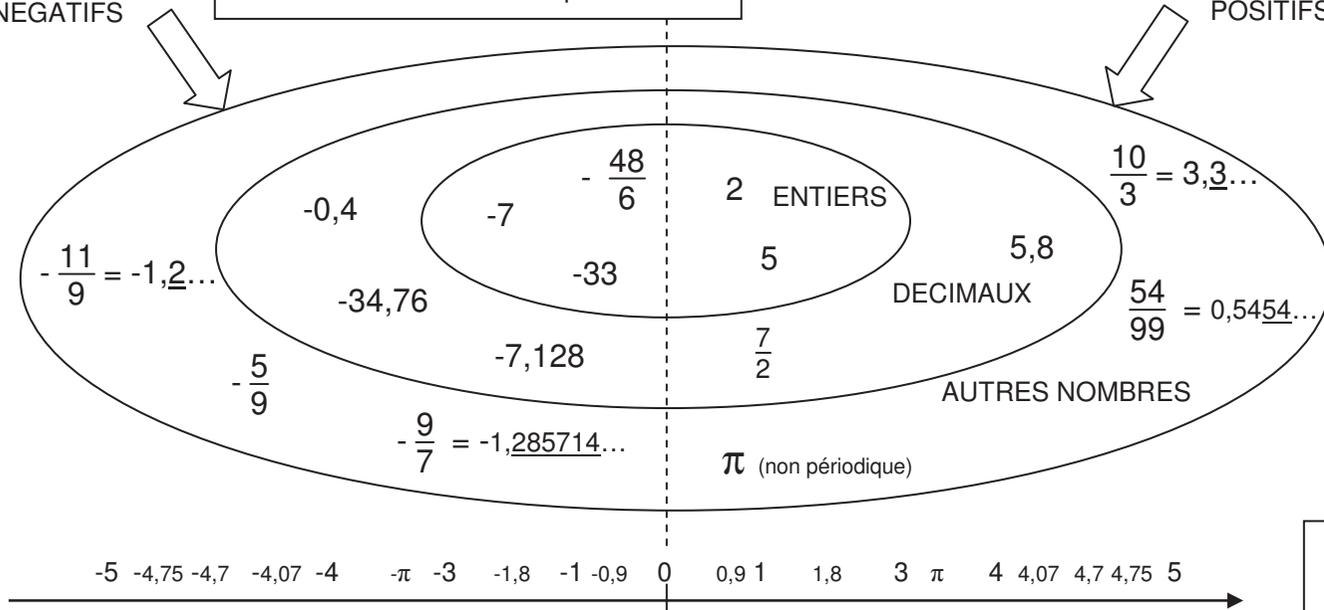
## NOMBRES RELATIFS

Jusqu'en 6<sup>e</sup>, en maths, on utilise :

- les nombres entiers naturels
- les nombres décimaux positifs
- les autres nombres positifs

NOMBRES NEGATIFS

NOMBRES POSITIFS



$$-5 < -4,75 < -4,7 < -4,07 < -4 < -\pi < -3 < -1,8 < -1 < -0,9 < 0 < 0,9 < 1 < 1,8 < 3 < \pi < 4 < 4,07 < 4,7 < 4,75 < 5$$



- 2,52

Opposé de -2,52 = + 2,52

-5 < -2,8 < -2,52 < -2 < 0 < 1,01 < 1,1

*0 est positif et négatif : 0 = -0*  
*- a s'appelle l'opposé de a : -a + a = 0*  
*1/a (a≠0) s'appelle l'inverse de a : a x 1/a = 1*

### Addition et Soustraction

*Pour soustraire un nombre relatif, on additionne son opposé.*

*-5 - (+2) = -5 - 2 = -7*  
*-5 - (-2) = -5 + 2 = -3*

*On peut regrouper les positifs et les négatifs pour effectuer les calculs.*

Ensuite, nous utilisons aussi :

- les nombres entiers négatifs
- les nombres décimaux négatifs
- les autres nombres négatifs

Ces nombres sont utiles pour :

- les températures,
- les dates (avant et après J.C.),
- les calculs bancaires,
- les altitudes (en dessous de la mer)...

### Calcul de distance

*Distance de A à B ou Longueur du segment [AB] :*  
*AB = BA = différence des abscisses*  
*= abscisse la plus grande - abscisse la plus petite*  
*Remarque : Une distance est toujours positive.*

### Multiplication (et Division)

*Le produit (et le quotient) de deux nombres relatifs de même signe est positif.*  
*5 x 2 = 10 et (-5) x (-2) = 10*

*Le produit (et le quotient) de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.*  
*-5 x 2 = -10 et 5 x (-2) = -10*

*Rappels : a x 0 = 0 et 0/a = 0 (a≠0)*

**Les fractions**

3 ← numérateur  
= combien de parts ont été prises

4 ↑  
dénominateur  
= en combien de parts l'unité est partagée

**ADDITIONNER DES FRACTIONS**

$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$

**DECOMPOSER UNE FRACTION**

$\frac{14}{6} = 2 + \frac{2}{6}$

**Equivalent Fractions**

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$

*L'astuce du champion!*  
 $\frac{2}{7} \times \frac{-14}{10} = \frac{2}{7} \times \frac{-7}{5}$   
 $= -\frac{2 \times 7}{7 \times 5}$

**FRACTION Operations**

**Add or Subtract "+ or -" with common denominators**  
 Add the numerators, denominator stays the same. EXAMPLE:  
 $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$

**Add or Subtract "+ or -" with different denominators**  
 Change to equivalent fractions with common denominators, then add. EXAMPLE:  
 $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

**Multiply "x"**  
 Multiply the numerators, multiply the denominators, then simplify. EXAMPLE:  
 $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$

**Divide "÷"**  
 Change the problem to multiplication by inverting the second fraction, then multiply. EXAMPLE:  
 $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{4}{5}$

$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$

$\frac{1}{4} + \frac{3}{12} = \frac{3}{12} + \frac{3}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$

$\frac{5}{8} - \frac{1}{6} = \frac{15}{24} - \frac{4}{24} = \frac{11}{24}$

$3 + \frac{2}{7} = \frac{3}{1} + \frac{2}{7} = \frac{21}{7} + \frac{2}{7} = \frac{23}{7}$

*Un entier est une fraction*

$2 + 4 \times 3$

On calcule d'abord la multiplication...

$2 + 12$

On peut ensuite calculer l'addition!

14

# Numérique



# Opérations



$3 \times \frac{2}{7} = \frac{3}{1} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{7} = \frac{6}{7}$

*Un entier est une fraction*

$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

$\frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$

$\frac{6 : 3}{9 : 3}$



TECHNIQUES OPERATOIRES**Division**

$$\text{DIVIDENDE} = \text{DIVISEUR} \times \text{QUOTIENT} + \text{RESTE}$$

Vocabulaire :

3 et 5 sont des **diviseurs** de 15.  
15 est un **multiple** de 3 et de 5.  
15 est **divisible** par 3 et par 5.

Le **quotient** de 15 par 3 est le nombre qui multiplié par 3 donne 15  $\rightarrow ? \times 3 = 15$   
5 est le quotient de 15 par 3  $\rightarrow 5 \times 3 = 15$   
Donc on écrit  $15 : 3 = 5$

Remarques : ATTENTION !!!

- \* Le reste doit toujours être inférieur au diviseur.
- \* On ne peut jamais diviser par 0.

**Division euclidienne** : les nombres sont entiers, le quotient aussi

C	D	U		D	U
6	1	7		1	2
-	6	0			
	1	7		5	1
	-	1	2		
					5

Sur cette opération, on a repéré Centaines, Dizaines, Unités.

On cherche le multiple de 12 le plus proche de 61  $\rightarrow 60$ .

$$60 = 5 \times 12$$

On calcule  $61 - 60 = 1$  (On écrit la soustraction ou pas.)

Il reste 1 dizaine, on 'abaisse' les 7 unités.

On cherche le multiple de 12 le plus proche de 17  $\rightarrow 12$ .  
 $17 - 12 = 5$ . Il reste donc 5 unités.

$$617 = 12 \times 51 + 5 \quad \text{et } 5 < 12$$

DIVIDENDE	DIVISEUR
	QUOTIENT
RESTE	
AVEC RESTE < DIVISEUR	

**Division décimale** : au moins un nombre est décimal non entier, on franchit la décimale au quotient quand on la franchit au dividende.

3 cas

- Dividende et diviseur entiers : la division 'ne tombe pas juste, on la continue'  
Ex :  $5 : 4 = 1,25$  On ajoute une virgule et des 0 (0 dixièmes, 0 centièmes...).
- Dividende décimal non entier : on continue l'opération après avoir franchi la virgule.  
Ex :  $5,4 : 4 = 1,35$  On ajoute des 0 pour continuer l'opération si besoin.
- Diviseur décimal non entier : on peut multiplier le dividende et le diviseur par un multiple de 10 sans changer le résultat.  $\Rightarrow$  On revient à une division par un entier.  
Ex :  $5,25 : 4,2 = 52,5 : 42 = 1,25$

A la fin du calcul, il y a deux possibilités :

- Si la division s'arrête, on a trouvé le **quotient exact**.  
(Il n'est pas forcément entier, mais c'est la valeur exacte de l'opération.)
- Si la division ne s'arrête pas (**division périodique**), on ne pourra donner qu'une **valeur approchée** du résultat (par une troncature ou un arrondi).

D	U	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$		U	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
2	5,	2	0		3,	1	5
-	2	4					
		1	2				
			8				
			4	0			
			-	4	0		
				0	0		

Sur cette opération, on a repéré Dizaines, Unités, dixièmes et centièmes.

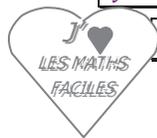
**Attention !!!** Ne pas oublier de placer la virgule au quotient avant d'abaisser le chiffre des dixièmes.

On ajoute un 0 dans les centièmes pour pouvoir continuer la division (on a le droit car  $25,20 = 25,2$ ).

Il reste 0, donc la division s'arrête :

$$25,2 : 8 = 3,15$$

3,15 est le quotient exact non entier de 25,2 par 8.



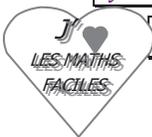
## LES QUATRE OPERATIONS

OPERATION	Signe	Le résultat s'appelle...	a et b s'appellent...	Propriétés	OPERATION INVERSE	Signe	Le résultat s'appelle...	a et b s'appellent...	Remarques
ADDITION	+	La somme	Les termes	Quels que soient les décimaux, * $a + b = b + a$ * $(a + b) + c = a + (b + c)$ * $a + 0 = a$ * si a est entier, $a + 1$ est l'entier qui suit a	SOUSTRACTION	—	La différence	Les termes	Dans le système décimal, * $a - b$ n'existe que si $a \geq b$ . * $a - b = 0$ si $a = b$ .
MULTIPLICATION  prioritaire sur addition et soustraction  (s'il n'y a pas de parenthèses)	X  ou  RIEN	Le produit	Les facteurs	Quels que soient les décimaux, * $a \times b = b \times a$ * $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ * $a \times 1 = a$ * $a \times 0 = 0 \times a = 0$ * $k \times (a+b) = k \times a + k \times b$ $k \times (a-b) = k \times a - k \times b$	DIVISION  prioritaire sur addition et soustraction  (s'il n'y a pas de parenthèses)	:  ou  /  ou  $\frac{a}{b}$ fract	Le quotient	Le dividende et le diviseur	* b est <b>toujours</b> $\neq 0$ * $a : b$ n'existe pas toujours dans le système décimal. <u>Ex</u> $10 : 3 \approx 3,3333\dots$ n'est pas décimal (il ne s'écrit pas avec un nombre fini de chiffres). * $a : b = 1$ si $a = b$ . * $a : b \geq 1$ si $a \geq b$ * $a : b \leq 1$ si $a \leq b$

### Règle de calcul :

Dans une suite de calculs, on effectue d'abord les calculs situés à l'intérieur des parenthèses.

Ex :  $5 + (4 - 1) = 5 + 3 = 8$



## ENCHAINEMENTS ET PRIORITES D'OPERATIONS

Les mathématiciens se sont mis d'accord pour adopter des règles communes, pour l'écriture ou le calcul. On les appelle des **conventions**.

### Organisation des calculs

**Exemple :**

$$\begin{aligned}
 & 3 \times [ 94 - (10 + 4) ] \\
 = & 3 \times [ 94 - \boxed{14} ] \\
 = & 3 \times \boxed{80} \\
 = & \boxed{240} \\
 \\ 
 & 23 - [ ( 3 \times ( 2 + 4,5 ) ) - ( 2 \times 1,5 ) ] \\
 = & 23 - [ ( 3 \times \boxed{6,5} ) - ( 2 \times 1,5 ) ] \\
 = & 23 - [ \boxed{19,5} - ( 2 \times 1,5 ) ] \\
 = & 23 - [ 19,5 - \boxed{3,5} ] \\
 = & 23 - \boxed{16,5} \\
 = & \boxed{6,5}
 \end{aligned}$$

### Ecriture des Puissances :

a au carré :  $a^2 = a \times a$

a au cube :  $a^3 = a \times a \times a$

a puissance 6 :  $a^6 = a \times a \times a \times a \times a \times a$

**Convention d'écriture :** On peut supprimer le signe ' x ' devant les lettres et devant les parenthèses.

$$ab = a \times b \quad \text{et} \quad 2(3+4) = 2 \times (3+4)$$

### L'ordre des priorités dans les calculs est :

1. Puissances, Numérateur et Dénominateur

des Quotients

2. Multiplications et Divisions

de gauche à droite

3. Additions et Soustractions

de gauche à droite

### Les calculs entre parenthèses et crochets

sont calculés en priorité,

de l'intérieur vers l'extérieur

A l'intérieur des Parenthèses et Crochets,

les mêmes règles de priorité s'appliquent.

La barre d'une fraction ou d'une racine carrée joue le rôle d'une parenthèse.

$$A = 23 - [3 \times (2 + 4,5) - 2 \times 1,5]$$

$$A = 23 - [3 \times 6,5 - 2 \times 1,5]$$

$$A = 23 - [19,5 - 3]$$

$$A = 23 - 16,5$$

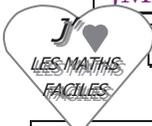
$$\boxed{A = 6,5}$$

Les parenthèses les plus à l'intérieur

Les multiplications prioritaires à l'intérieur des parenthèses

Les parenthèses

La multiplication et la division sont **prioritaires** sur l'addition et la soustraction.



## FRACTIONS

**Ecriture fractionnaire** : quotient de deux nombres a et b (b≠0)

$$a : b = \frac{a}{b}$$

a ≤ a est le numérateur  
b ≤ b est le dénominateur  
 $\frac{a}{b}$  est le quotient exact de a par b.

**Fraction** :  $\frac{a}{b}$  avec a et b entiers (b≠0)

**Spéciales** :

$$\frac{1}{2} = \text{un demi}$$

$$\frac{1}{3} = \text{un tiers}$$

$$\frac{1}{4} = \text{un quart}$$

$$\frac{1}{10} = \text{un dixième}$$

$$\frac{1}{100} = \text{un centième}$$

$$\frac{1}{1000} = \text{un millième}$$

**Fractions décimales** :

Fractions de dénominateur

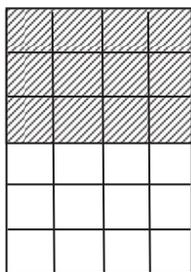
10; 100; 1000 ...etc...

Ex  $\frac{27}{10}$ ;  $\frac{4}{100}$ ;  $\frac{3268}{1000}$ ;  $\frac{1}{10000}$

(Remarque : Une fraction unitaire est une fraction de numérateur 1.)

Deux quotients sont égaux si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre (≠ 0) :

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}$$



*Exemple : La tablette de chocolat...*

moitié de la tablette = 3 barres sur 6 = 12 carrés sur 24

Il y a la même quantité !!! Donc  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{12}{24}$

**Simplifier une fraction** : trouver une fraction égale avec un numérateur et un dénominateur plus petits

**Fraction irréductible** : fraction que l'on ne peut plus simplifier

**Un nombre est divisible par...**

**Divisibilité par 2:**

**Divisibilité par 5:**

**Divisibilité par 10:**

**Divisibilité par 100:**

**Divisibilité par 1000:**

**Divisibilité par 3:**

**Divisibilité par 9:**

**Divisibilité par 4:**

**Si...**

le chiffre des unités est 0; 2; 4; 6 ou 8

le chiffre des unités est 0 ou 5

le chiffre des unités est 0

les deux derniers chiffres sont 00

les trois derniers chiffres sont 000

la somme de ses chiffres est aussi divisible par 3

la somme de ses chiffres est aussi divisible par 9

le nombre formé par ses deux derniers chiffres est aussi divisible par 4.

**IL EST IMPERATIF DE BIEN CONNAITRE SES TABLES DE MULTIPLICATION !**

**Règles de calcul**

a, b, c, d sont des nombres, c ≠ 0 et d ≠ 0

$$\frac{a}{c} \times b = \frac{a \times b}{c}$$

$$\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{c \times d}$$

Pas de calcul direct possible :  
mettre au même dénominateur

$$\frac{a}{e} + \frac{b}{e} = \frac{a+b}{e}$$

$$\frac{a}{e} - \frac{b}{e} = \frac{a-b}{e}$$

**Pour comparer, additionner et soustraire :**

mettre au même dénominateur !!!  
(réduire au même dénominateur)

**Pour multiplier** : simplifier les fractions

**Diviser, c'est multiplier par l'inverse !**

pour a, b, c, d des nombres, a ≠ 0 b ≠ 0, c ≠ 0 et d ≠ 0

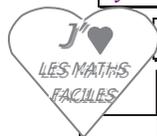
$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

**Rappels :**

$\frac{1}{a}$  est l'inverse de a (⚠ -a est son opposé),

$\frac{b}{a}$  est l'inverse de  $\frac{a}{b}$  (⚠ - $\frac{a}{b}$  est son opposé).

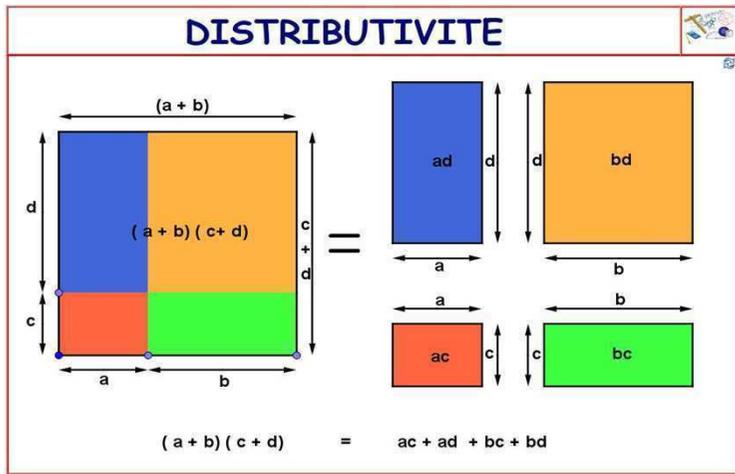
**Pourcentage** : p % d'une quantité =  $\frac{p}{100} \times \text{quantité} = p \times \text{quantité} : 100$



Définition : Nombre premier => Nombre divisible seulement par 1 et lui-même.

DECOMPOSITIONS

1	Nombre premier	<u>21</u>	3 x 7	41	Nombre premier	61	Nombre premier	<u>81</u>	3x3x3x3 (9x9; 3x27)
2	Nombre premier	<u>22</u>	2 x 11	<u>42</u>	2x3x7 (2x21; 3x14; 6x7)	<u>62</u>	2 x 31	<u>82</u>	2 x 41
3	Nombre premier	<u>23</u>	Nombre premier	43	Nombre premier	63	3x3x7 (3x21; 9x7)	83	Nombre premier
<u>4</u>	2 x 2	<u>24</u>	2x2x2x3 (2x12; 3x8; 4x6)	<u>44</u>	2x2x11 (2x22; 4x11)	<u>64</u>	2x2x2x2x2x2 (2x32; 4x16; 8x8)	<u>84</u>	2x2x3x7 (2x42; 4x21; 6x14; 3x28; 12x7)
5	Nombre premier	<u>25</u>	5 x 5	<u>45</u>	3x3x5 (3x15; 5x9)	<u>65</u>	5 x 13	<u>85</u>	5 x 17
<u>6</u>	2 x 3	<u>26</u>	2 x 13	<u>46</u>	2 x 23	<u>66</u>	2x3x11 (2x33; 3x22; 6x11)	<u>86</u>	2 x 43
7	Nombre premier	<u>27</u>	3x3x3 (3x9)	47	Nombre premier	67	Nombre premier	<u>87</u>	3 x 29
<u>8</u>	2x2x2 (2x4)	<u>28</u>	2x2x7 (2x14; 4x7)	<u>48</u>	2x2x2x2x3 (2x24; 3x16; 4x12; 8x6)	<u>68</u>	2x2x17 (2x34; 4x17)	<u>88</u>	2x2x2x11 (2x44; 4x22; 8x11)
<u>9</u>	3 x 3	29	Nombre premier	<u>49</u>	7 x 7	<u>69</u>	3 x 23	89	Nombre premier
<u>10</u>	2 x 5	<u>30</u>	2x3x5 (2x15; 5x6; 3x10)	<u>50</u>	2 x 5 x 5 (2x25; 5x10)	<u>70</u>	2x5x7 (2x35; 5x14; 7x10)	<u>90</u>	2x3x3x5 (3x30; 5x18; 6x15; 10x9)
11	Nombre premier	<u>31</u>	Nombre premier	<u>51</u>	3 x 17	71	Nombre premier	<u>91</u>	7 x 13
<u>12</u>	2x2x3 (2x6; 3x4)	<u>32</u>	2x2x2x2x2 (2x16; 4x8)	<u>52</u>	2x2x13 (4x13; 2x26)	<u>72</u>	2x2x2x3x3 (2x36; 3x24; 4x18; 6x12; 8x9)	<u>92</u>	2x2x23 (2x46; 4x23)
13	Nombre premier	<u>33</u>	3 x 11	53	Nombre premier	73	Nombre premier	<u>93</u>	3 x 31
<u>14</u>	2 x 7	<u>34</u>	2 x 17	<u>54</u>	2x3x3x3 (2x27; 3x18; 6x9)	<u>74</u>	2 x 37	<u>94</u>	2 x 47
<u>15</u>	3 x 5	<u>35</u>	5 x 7	<u>55</u>	5 x 11	<u>75</u>	3x5x5 (3x25; 5x15)	<u>95</u>	5 x 19
<u>16</u>	2x2x2x2 (2x8; 4x4)	<u>36</u>	2x2x3x3 (2x18; 3x12; 4x9; 6x6)	<u>56</u>	2x2x2x7 (2x28; 4x14; 7x8)	<u>76</u>	2x2x19 (2x39; 4x19)	<u>96</u>	2x2x2x2x3 (2x48; 3x32; 4x24; 6x16; 8x12)
17	Nombre premier	37	Nombre premier	<u>57</u>	3 x 19	<u>77</u>	7 x 11	97	Nombre premier
<u>18</u>	2x3x3 (2x9; 3x6)	<u>38</u>	2 x 19	<u>58</u>	2 x 29	<u>78</u>	2x3x13 (2x39; 3x26; 6x13)	<u>98</u>	2x7x7 (2x49; 14x7)
19	Nombre premier	<u>39</u>	3 x 13	59	Nombre premier	79	Nombre premier	<u>99</u>	3x3x11 (3x33; 9x11)
<u>20</u>	2x2x5 (2x10; 4x5)	<u>40</u>	2x2x2x5 (2x20; 4x10; 5x8)	<u>60</u>	2x2x3x5 (2x30; 3x20; 4x15; 5x12; 6x10)	<u>80</u>	2x2x2x2x5 (2x40; 4x20; 8x10; 5x16)	<u>100</u>	2x2x5x5 (2x50; 5x20; 4x25; 10x10)

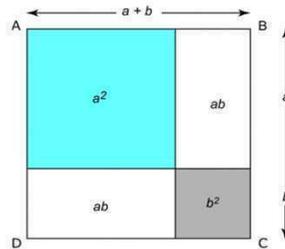


Daphé Mentrand, Créé avec GeoGebra <http://dmentrand.free.fr/GEOGEBRA/index.htm>

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$



$ax + b = 0$

$ax + b - b = 0 - b$       On soustrait b dans chaque membre

$ax = -b$

$\frac{1}{a} \times ax = \frac{1}{a} \times (-b)$       On multiplie chaque membre par  $\frac{1}{a}$

$x = \frac{-b}{a}$

$$10x - 5 = 1 + 2x$$

$$10x - 5 - 2x = 1 + 2x - 2x$$

$$8x - 5 = 1$$

$$8x - 5 + 5 = 1 + 5$$

$$8x = 6$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{6}{8}$$

$$x = \frac{6}{8}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

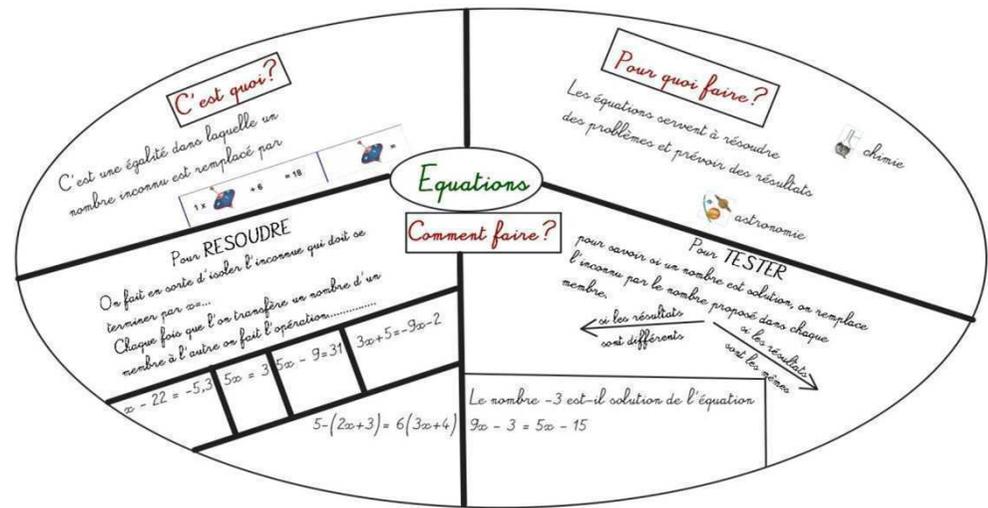
$(x - 2)(-x - 3) = 0 \rightarrow$  équation produit

$x - 2 = 0$     ou     $-x - 3 = 0$

$x = 2$     ou     $-x = 3$

$x = 2$     ou     $x = -3$

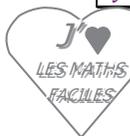
$S = \{2; -3\}$



# Numérique

# Equations





## CALCUL LITTERAL

### DEVELOPPEMENTS ET FACTORISATIONS

**Expression littérale** : un ou plusieurs nombres sont représentés par des lettres.

**Pour simplifier l'écriture** :

- \* Suppression du signe x devant les lettres et devant les parenthèses,
- \* Suppression du 1 : on peut écrire a au lieu de 1a,
- \* Suppression des parenthèses autour des produits (qui sont prioritaires sur l'addition et la soustraction).

**Réduire**,

c'est écrire le plus simplement possible :  
supprimer les parenthèses et effectuer les calculs

**Rappel** : L'opposé d'une somme est  
la somme des opposés de chacun des termes.

**Développer**,

c'est changer d'opération principale :  
multiplication devient addition ou soustraction.

	a	b
c	ac	bc
d	ad	bd

**Factoriser**,

c'est changer d'opération principale :  
addition ou soustraction devient multiplication.

**Attention** : Factoriser est difficile,  
il faut faire apparaître ce qui est en commun,  
le facteur commun, dans chacun des termes.

$$a - b = a + (-b)$$

$$-(a + b) = -a - b$$

$$-(a - b) = -a + b$$

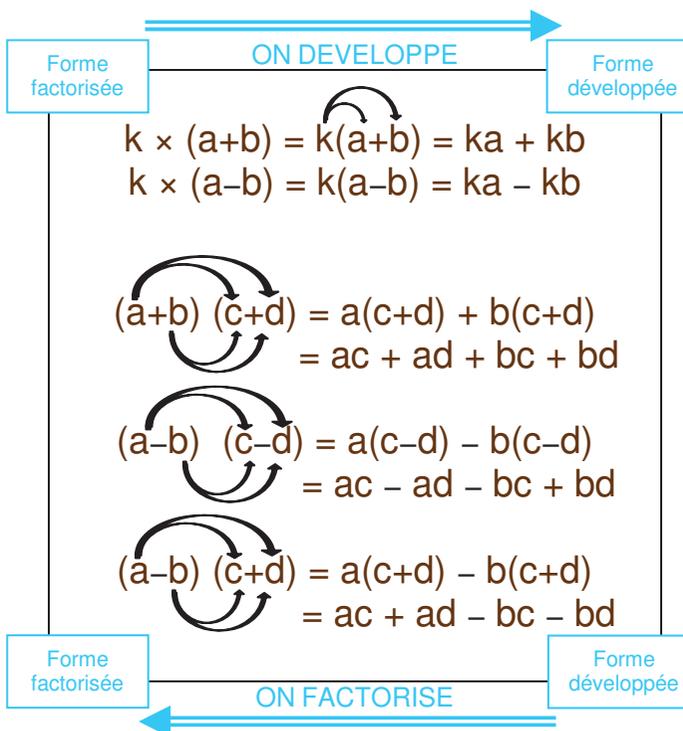
**EXEMPLES** :

$$4 + (-2t) = 4 - 2t$$

$$-(2x + 3) = -2x - 3$$

$$-(2x - 3) = -2x + 3$$

$$5 - (-2 + x - 3y) = 5 + 2 - x + 3y$$



$$3(4 + 3) = 3 \times 4 + 3 \times 3 = 12 + 9 = 21$$

$$3(2 - 12) = 3 \times 2 - 3 \times 12 = 6 - 36 = -30$$

$$3(2z + 4) = 3 \times 2z + 3 \times 4 = 6z + 12$$

$$-5(2x - 3) = -5 \times 2x + 5 \times 3 = -10x + 15$$

$$(2x + 3)(3y + 4) = 2 \times 3 \times xy + 4 \times 2x + 3 \times 3y + 3 \times 4$$

$$= 6xy + 8x + 9y + 12$$

$$(2x - 3)(3y - 4) = 2 \times 3 \times xy - 4 \times 2x - 3 \times 3y + 3 \times 4$$

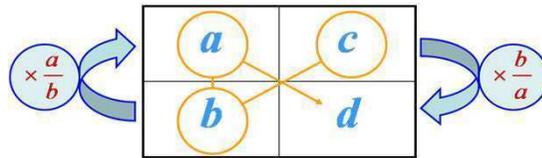
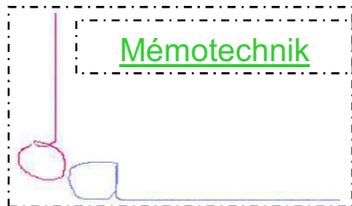
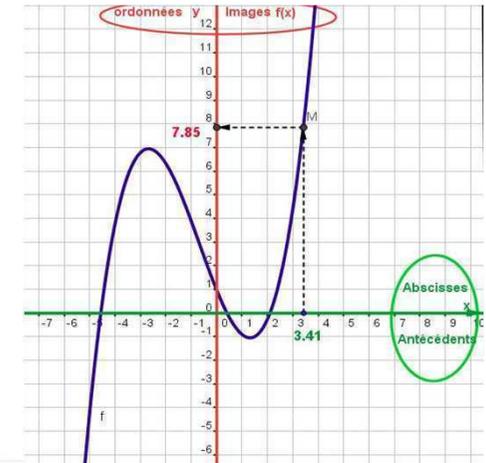
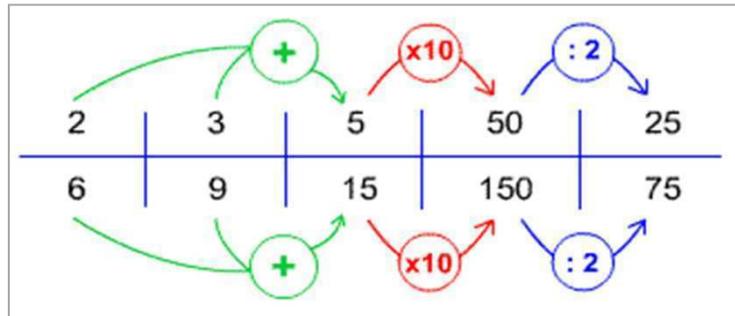
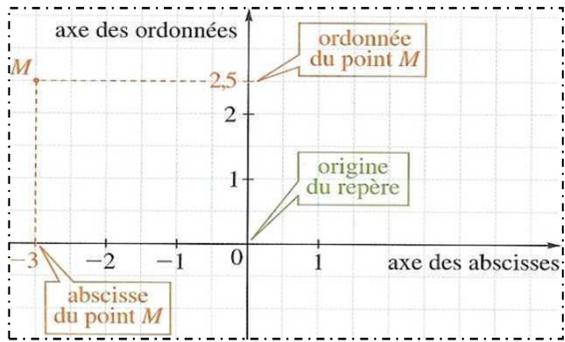
$$= 6xy - 8x - 9y + 12$$

$$(2x + 3)(3x - 4) = 2 \times 3 \times x^2 - 4 \times 2x + 3 \times 3x - 3 \times 4$$

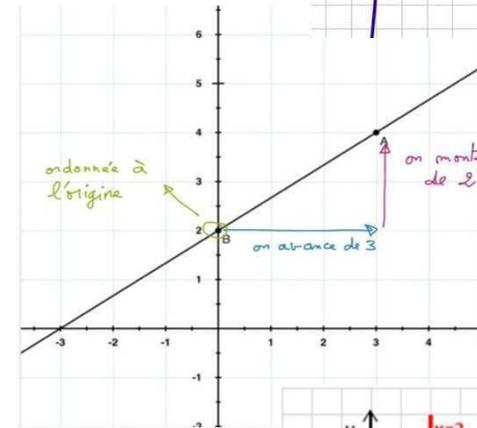
$$= 6x^2 - 8x + 9x - 12 = 6x^2 + x - 12$$

$$3a - 27 = 3a - 3 \times 9 = 3(a - 9)$$

3 est le facteur commun : "3 facteur de a-9"



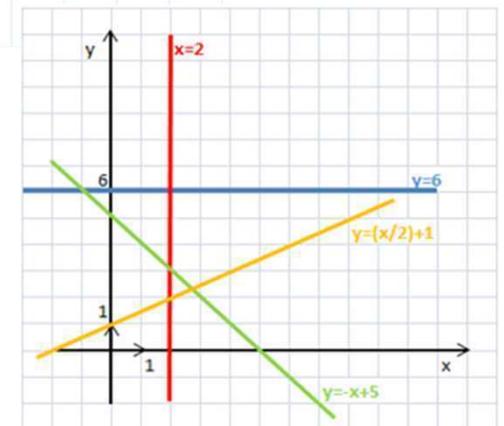
$$d = c \times \frac{b}{a} = \frac{c \times b}{a} = c \times b \div a$$



# Numérique

# Proportionnalité

# Fonctions



CALCULS DE PROPORTIONNALITE

Il y a principalement quatre méthodes pour calculer en situation de proportionnalité.

Sur le marché, Mr Martin vend des pommes.

÷ 0,59	Quantité de pommes (en kg)	3	4	7	12	× 0,59
	Prix payé (en €)	1,77				

### 1) En utilisant le coefficient de proportionnalité (passage par l'unité)

Méthode : Exemple pour 4 kg

On trouve le coefficient  $1,77 \div 3 = 0,59$   
 On calcule pour 4 kg  $4 \times 0,59 = 2,36$   
 Le prix payé pour 4 kg est de 2,36 €

### 2) En additionnant si possible deux « colonnes » du tableau

Méthode : Exemple pour 7 kg

On connaît le prix payé pour 3 et 4 kg.  
 Comme  $3 + 4 = 7$ , on additionne les prix payés pour 3 et 4 kg :  $1,77 + 2,36 = 4,13$ .  
 Le prix payé pour 7 kg est de 4,13 €.

	Quantité de pommes (en kg)	3	4	7
	Prix payé (en €)	1,77	2,36	?

+      +

### 3) En multipliant si possible une « colonne » par un nombre

Méthode : Exemple pour 12 kg

On connaît le prix payé pour 3 kg.  
 Comme  $3 \times 4 = 12$ , on multiplie le prix payé pour 3 kg par 4 :  $1,77 \times 4 = 7,08$   
 Le prix payé pour 12 kg est de 7,08 €.

	Quantité de pommes (en kg)	3	12
	Prix payé (en €)	1,77	?

× 4      × 4

### 4) En calculant la 4<sup>ème</sup> proportionnelle grâce au produit en croix

Méthode : Exemple pour 4 kg

On calcule la 4<sup>ème</sup> proportionnelle :  $\frac{1,77 \times 4}{3} = 2,36$ .

Le prix payé pour 4 kg est de 2,36 €.

	Quantité de pommes (en kg)	3	4
	Prix payé (en €)	1,77	?

PROPORTIONNALITE – ECHELLES, POURCENTAGES, VITESSESApplicationsGrandeurs proportionnelles

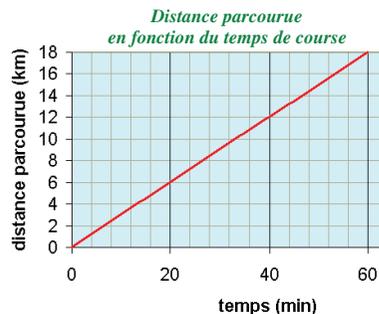
Deux grandeurs sont proportionnelles si pour calculer les valeurs de l'une, on multiplie les valeurs de l'autre par un même nombre, le coefficient de proportionnalité.

Ex : Situations de proportionnalité dans la vie courante

- la quantité de farine dans un gâteau en fonction du nombre de personnes,
- la distance sur une carte et la distance réelle,
- le prix payé pour un plein d'essence et le volume d'essence acheté.

Graphique

Les points obtenus dans une situation de proportionnalité sont situés sur une droite qui passe par l'origine du repère.

Pourcentage

$$p \% \text{ d'une quantité} = \frac{p}{100} \times \text{quantité} = \text{quantité} \times p : 100 \quad (\text{ex : } 20\% \text{ de } 78 = \frac{20}{100} \times 78)$$

On peut aussi calculer les pourcentages dans un tableau de proportionnalité.

Echelle

Sur un plan à l'échelle, les distances réelles et les distances du plan sont proportionnelles.

Le coefficient de proportionnalité est l'échelle =  $\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$



Remarque : Lors d'une réduction, l'échelle est inférieure à 1 (distance sur le plan < distance réelle).  
Lors d'un agrandissement, l'échelle est supérieure à 1 (distance sur le plan > distance réelle).

Mouvement uniforme

Lorsque la vitesse d'un mobile est constante, on dit que le mouvement est uniforme (=> régulier). Les distances parcourues et les durées correspondantes sont proportionnelles. Le coefficient est la vitesse du mobile.

Mesure du temps

On utilise la proportionnalité pour les durées exprimées en heures décimales.   
4,57h ≠ 4h57min; 2,5h ≠ 2h50min

Résoudre un problème

Dans tous les cas, il faut repérer les grandeurs du problème et s'assurer qu'il y a proportionnalité. Puis :

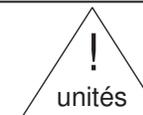
- on fait un tableau avec les grandeurs proportionnelles et les unités s'il y en a,
- on complète le tableau avec les nombres du texte,
- on fait les calculs en indiquant la méthode choisie,
- on répond par une phrase.

Vitesse moyenne

$$\text{vitesse moyenne} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}}$$

$$\Leftrightarrow \text{distance} = \text{vitesse moyenne} \times \text{temps}$$

Ex : Un piéton qui parcourt 14 km en 2h marche à la vitesse moyenne  $V = 14 / 2 = 7 \text{ km/h}$ .

Changement d'unité de vitesse

Ex : Une voiture roule à 126 km/h. Et en m/s ?

$$V = \frac{126\,000}{3\,600} = 35 \text{ m/s}$$

Remarque :Grandeurs composées

Les aires et volumes sont des « grandeurs produits » :  $A = \text{longueur} \times \text{longueur}$  ou  $V = \text{aire} \times \text{longueur}$ .  
Les vitesses et débits sont des « grandeurs quotients » :  $V = \text{distance} / \text{temps}$  ou  $D = \text{volume} / \text{temps}$ .

Ex d'unités:  $m^2, cm^3$

Ex d'unités:  $m/s$  ou  $m.s^{-1}$ ,  $km/h$  ou  $km.h^{-1}$



PROPORTIONNALITE – ECHELLES, POURCENTAGES, VITESSES

Exemples

Résoudre un problème

Dans une recette de gâteau, il faut 4 œufs pour 6 personnes. Combien faut-il d'œufs pour 9 personnes ?

C'est une situation de proportionnalité, les deux grandeurs sont le nombre d'œufs et de personnes.

Nombre d'œufs	4	?
Nombre de personnes	6	9

On utilise la 4<sup>ème</sup> proportionnelle :

nombre d'œufs nécessaires :  $\frac{9 \times 4}{6} = 6$

Il faut 6 œufs pour un gâteau de 9 personnes.

Calculer un pourcentage d'un nombre

Dans une bibliothèque de 1350 livres, 20% des ouvrages sont des bandes dessinées. Combien y a-t-il de BD ?

On calcule : Nombre de BD = 20% de 1350 =  $1350 \times \frac{20}{100}$ ,

ou dans un tableau de proportionnalité :

Nombre total d'ouvrages	100	1350
Nombre de BD	20	?

$? = \frac{1350}{5} = 270$  Il y a donc 270 BD dans la bibliothèque.

Mesure du temps

Exprimer 3,25 h en minutes. ( ⚠ 3,25 h ≠ 3h 25min ⚠ )

Calcul avec la 4<sup>e</sup> proportionnelle :  $t = 3,25 \times 60 = 195$  min

1	3,25
60	t

Echelles de réduction et d'agrandissement

A partir d'un plan à l'échelle  $\frac{1}{250}$ , calculer la distance réelle représentée par 2 et 3 cm sur le plan.

On multiplie par 250 pour obtenir les distances réelles.

1 cm sur le plan => 250 cm en réalité

Distance sur le plan (en cm)	1	2	3
Distance réelle (en cm)	250	500	750

2 cm représentent en réalité 500 cm = 5 m, et 3 cm représentent 750 cm = 7,5m.

Mouvement uniforme

Une voiture roule à allure régulière. Elle parcourt 20 mètres chaque seconde. Combien parcourt-elle en 20s et en 60s ?

C'est un mouvement uniforme, le temps et la distance sont donc proportionnels.

Temps (en s)	1	20	60
Distance (en m)	20	400	1200

Vitesse moyenne

Qui a la plus grande vitesse moyenne (calculer en mètre par minute) ?

Noah parcourt 1,6 km en 20 min.

Léo parcourt 250 m en 3 min.

Paul met 5 min pour faire 450 m.

Vitesse moyenne de Noah =  $1600 : 20 = 80$  m/min

Vitesse moyenne de Léo =  $250 : 3 \approx 83,3...$  m/min

Vitesse moyenne de Paul =  $450 : 5 = 90$  m/min

Paul marche le plus vite en moyenne.

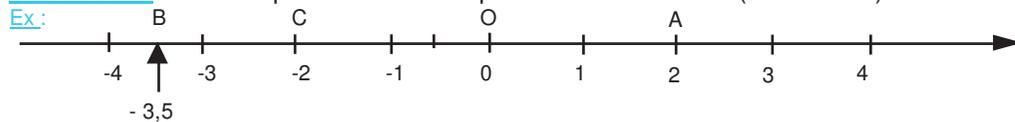
## DISTANCES ET REPERES

### Repérage sur une droite

On utilise les nombres relatifs pour repérer des points sur une droite.

**Abscisse** : Sur une droite graduée,  
 - chaque point est repéré par un nombre : l'abscisse, notée entre parenthèses,  
 - à chaque nombre correspond un point.  
 L'origine O a pour abscisse 0 (zéro). On écrit O (0).

**Attention** : Il ne faut pas confondre le point et son abscisse (un nombre).



B a pour abscisse -3,5 : on écrit B (-3,5). A a pour abscisse 2 : on écrit A (2).

**Remarque** : Les nombres relatifs qui ont des signes contraires et la même distance à zéro sont des opposés.

Ex: A(2) et C(-2) O est le milieu du segment [AC].

### Calculs de distance

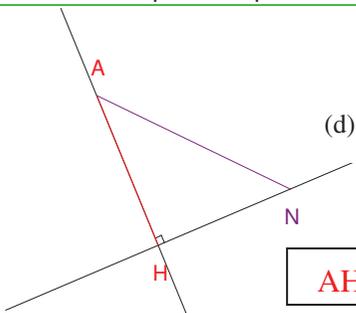
**Distance entre deux points**: Distance de A à B = Longueur de [AB] = AB = BA  
 = différence des abscisses = abscisse la plus grande – abscisse la plus petite

#### Remarques

- \* La distance est toujours un nombre positif (On dit : il y a 20 km et non - 20 km).
- \* AB = BA (distance de Paris à Marseille = distance de Marseille à Paris).



**Distance entre un point et une droite**:  
 distance du point au pied de la perpendiculaire à la droite passant par ce point.



$AH < AN$

Ex : Distance de A à (d)  
 = distance de A au pied de la perpendiculaire à (d) passant par A  
 = AH

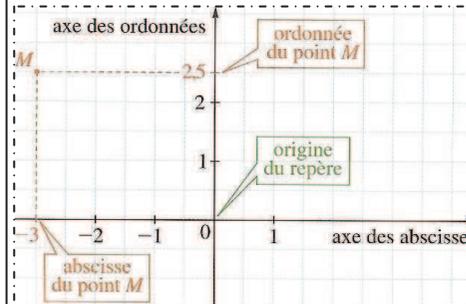
**Propriété** (conséquence du Théorème de Pythagore)

La distance d'un point à une droite est la plus petite de toutes les distances de ce point à un point de la droite.

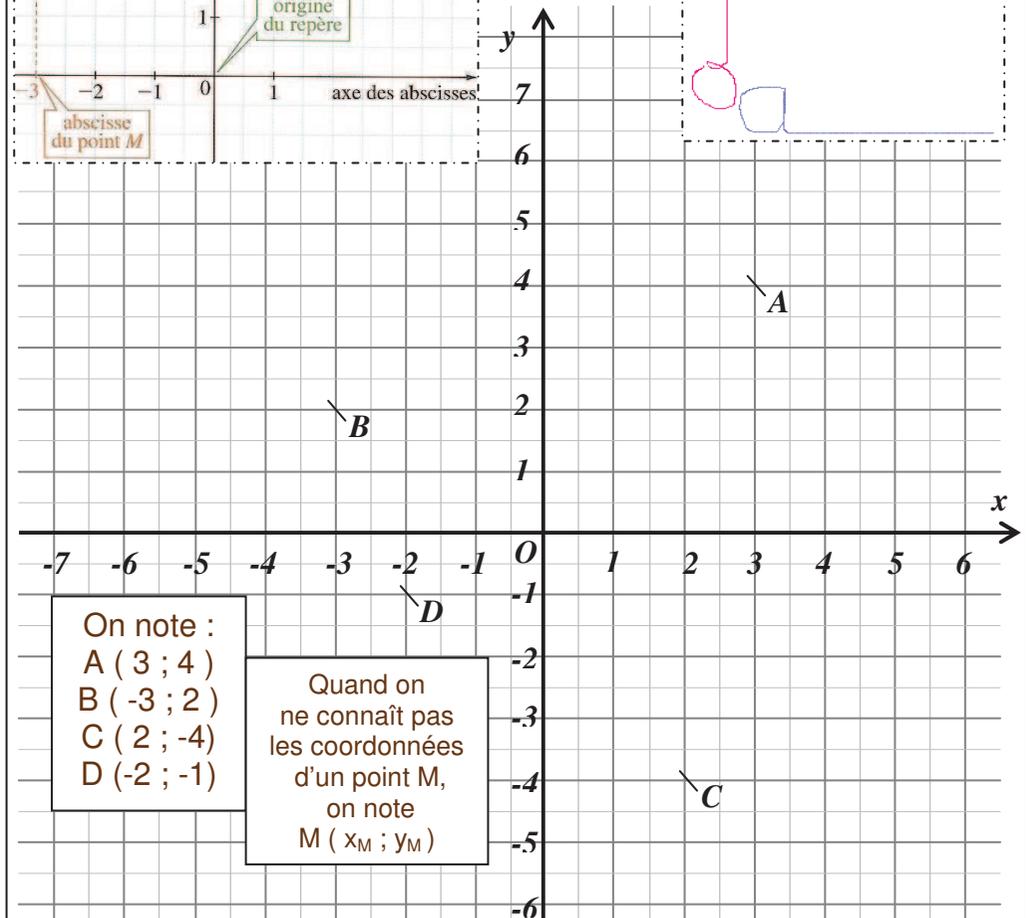
### Repérage dans un plan

On quadrille un plan géométrique pour repérer la position de chaque point.

**Repère orthonormé** : (O,x,y) est constitué de deux droites perpendiculaires graduées avec la même unité de longueur. (Ox) et (Oy) s'appellent les axes. Chaque point peut être repéré par deux nombres relatifs : les coordonnées. La 1ère coordonnée, lue sur l'axe (Ox), s'appelle l'abscisse. La 2ème coordonnée, lue sur l'axe (Oy), s'appelle l'ordonnée.

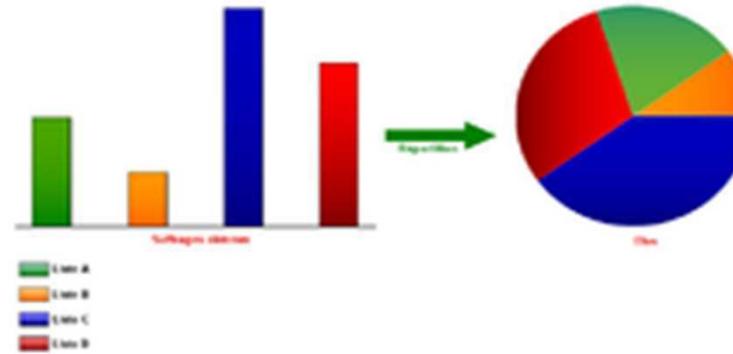


MEMOTECHNIK



On note :  
 A ( 3 ; 4 )  
 B ( -3 ; 2 )  
 C ( 2 ; -4 )  
 D ( -2 ; -1 )

Quand on ne connaît pas les coordonnées d'un point M, on note M ( x<sub>M</sub> ; y<sub>M</sub> )

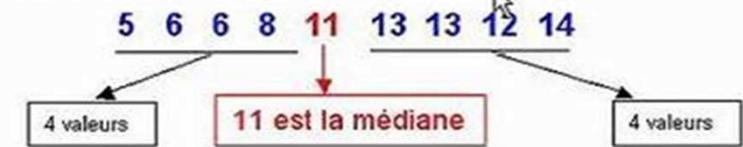


Ex :

Voici les notes d'un groupe de 9 élèves lors d'un devoir :

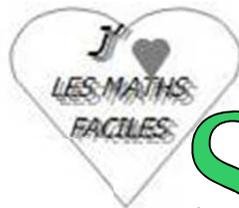
5 - 6 - 11 - 13 - 6 - 14 - 12 - 8 - 13

Il faut d'abord ranger les nombres (je choisis l'ordre croissant)

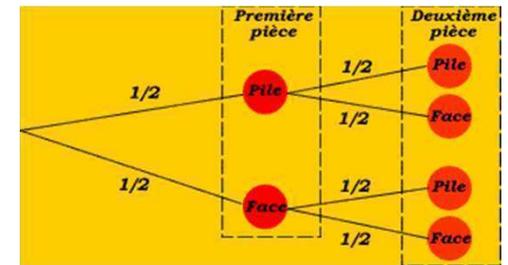


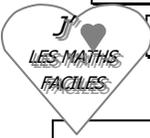
La moyenne de la série est :  $\frac{5 + 2 \times 6 + 8 + 11 + 2 \times 13 + 12 + 14}{9} = 9,7$

# Numérique



# Statistiques





## ORGANISATION DE DONNEES

### Statistiques

**Série statistique** : Liste de données

- Ex** :
- liste de réponses des personnes interrogées pour un sondage
  - liste des notes des élèves passant le brevet en 2010 en maths
  - liste des âges des salariés d'une entreprise ...etc...

**Organisation** : On présente souvent les séries statistiques dans un tableau.

**Effectif d'une valeur** : Nombre de fois où elle apparaît

**Effectif total** : Effectif de toutes les données = Somme de tous les effectifs.

**Ex** : L'effectif des salariés de 32 ans est le nombre de salariés ayant 32 ans.

### Classes

#### Regroupement

**Classes** : Si les données sont dispersées (trop nombreuses), on peut les regrouper en groupes de données pour faciliter leur lecture : les classes.

**Amplitude de la classe** = plus grande valeur — plus petite valeur

**Ex** : L'âge des personnes interrogées peut-être regroupé en classes de 10 ans d'amplitude : de 0 à 9 ans, de 10 à 19 ans, de 20 à 29 ans, de 30 à 39 ans ...etc...

#### ATTENTION

Chaque valeur doit être dans une classe et une seule.

En utilisant des classes, les résultats sont plus simples mais moins précis.

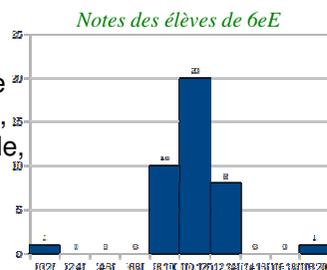
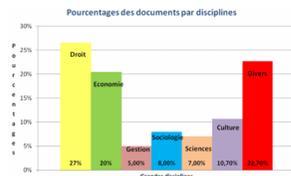
**Effectif de la classe** = Somme des effectifs de toutes les données de la classe

### Histogramme

**Vocabulaire** : Dans ce cas, on peut représenter la série statistique sous la forme d'un "diagramme en rectangles", appelé histogramme. Si les classes ont la même amplitude, les rectangles ont la même largeur.

#### Remarque :

Les ordinateurs confondent "histogramme" et "diagramme en bâtons".



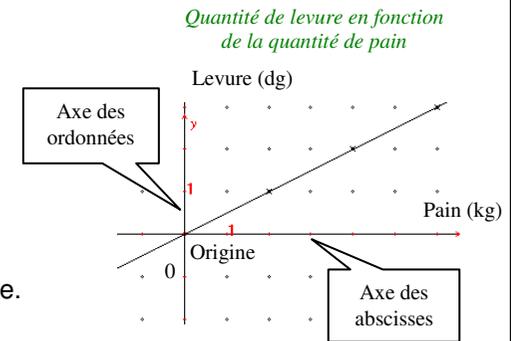
### Graphiques

#### Graphique cartésien ou courbe

On présente une grandeur en ordonnée en fonction d'une autre en abscisse.

Les axes sont gradués de façon régulière.

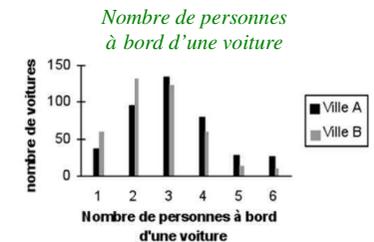
Cela permet de représenter une évolution, comme dans le carnet de santé par exemple.



#### Diagramme en bâtons

Les hauteurs des barres sont proportionnelles aux effectifs qu'ils représentent.

Si besoin, on complète un tableau de proportionnalité pour calculer la hauteur de chaque "bâton".



#### Diagrammes circulaires

Les angles des secteurs sont proportionnels aux effectifs qu'ils représentent.

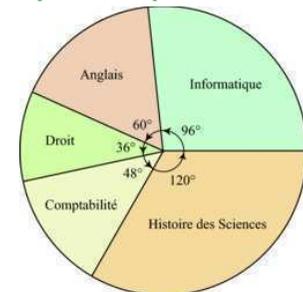
Le coefficient de proportionnalité est - pour un diagramme circulaire :

$$\text{coef} = \frac{360}{\text{Effectif total}}$$

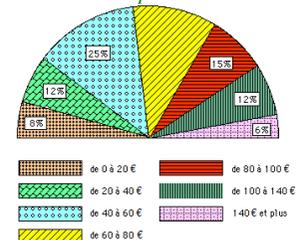
- pour un diagramme semi-circulaire :

$$\text{coef} = \frac{180}{\text{Effectif total}}$$

Option choisie par les étudiants



Répartition en % du nombre de ventes d'après leur montant



On doit compléter un tableau de proportionnalité pour calculer la mesure de chaque angle.